

文章编号: 1000-4750(2011)01-0116-08

超高车辆-桥梁上部结构碰撞荷载 精细有限元模拟与简化计算

张炎圣,*陆新征, 叶列平, 何水涛

(清华大学土木工程系, 清华大学结构工程与振动教育部重点实验室, 北京 100084)

摘 要: 近年, 超高车辆撞击桥梁上部结构问题成为城市交通安全的重要威胁。为减少超高车辆撞击桥梁上部结构造成的损失, 关键是准确计算撞击荷载。该文首先基于精细有限元, 对超高车辆-桥梁上部结构碰撞过程进行了模拟, 对影响撞击的主要参数进行了分析。进而通过忽略次要影响因素, 对车辆、桥梁受力行为进行合理简化, 建立了超高车辆-桥梁上部结构碰撞的简化计算模型。简化模型与精细有限元模型的撞击力时程结果吻合较好, 可为工程设计提供参考。

关键词: 碰撞; 荷载计算; 精细有限元; 简化模型; 桥梁上部结构; 超高车辆

中图分类号: O313; U448.15 **文献标识码:** A

HIGH PRECISION FINITE ELEMENT SIMULATION AND SIMPLIFIED CALCULATION FOR THE COLLISION LOAD BETWEEN OVER-HIGH TRUCK AND BRIDGE SUPERSTRUCTURE

ZHANG Yan-sheng, *LU Xin-zheng, YE Lie-ping, HE Shui-tao

(Key Laboratory of Structural Engineering and Vibration of China Education Ministry, Department of Civil Engineering,

Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: Recently the collisions between over-high trucks and bridge superstructures have become a serious threaten to the safety of city traffic. In order to reduce the loss due to collision accidents, it's critical to precisely calculate the collision loads. This work firstly simulates the collision process between over-high trucks and bridge superstructures based on high precision finite element model, with primary influencing factors that control the collision loads being discussed. Then by ignoring the minor influencing factors, a simplified model for the collision between over-high trucks and bridge superstructures has been developed. The time-history results of simplified model agree well with those of the high precision finite element model, thus the proposed simplified model can be used in practical application.

Key words: collision; load calculation; high precision finite element; simplified model; bridge superstructure; over-high truck

近年, 超高车辆撞击桥梁上部结构的故事频繁发生, 严重威胁城市交通的正常运行。仅以北京为

例, 50%的桥梁上部结构曾遭超高车辆撞击, 由此损坏的桥梁占已损坏桥梁总数的 20%以上^[1]。国外

收稿日期: 2009-05-11; 修改日期: 2009-07-16

基金项目: 国家自然科学基金项目(50808106); 交通部西部交通建设科技项目(2008-318-223-43); 清华大学骨干人才计划项目

作者简介: 张炎圣(1984—), 男, 福建福州人, 硕士生, 从事结构非线性仿真研究(E-mail: zhangys07@gmail.com);

*陆新征(1978—), 男, 安徽芜湖人, 副教授, 博士, 从事结构非线性分析、土木工程防灾减灾等研究(E-mail: luxz@tsinghua.edu.cn);

叶列平(1960—), 男, 浙江温州人, 教授, 博士, 从事混凝土结构基本理论、结构抗震减震、纤维增强复合材料工程应用等研究(E-mail: ylp@mail.tsinghua.edu.cn);

何水涛(1984—), 男, 河南开封人, 硕士生, 从事结构非线性仿真研究(E-mail: hst08@mails.tsinghua.edu.cn).

对超高车辆撞击下桥梁上部结构的损坏情况、防护措施以及设计方法等已开展了一些研究^[2-4]，但是这些研究仍然不够系统。我国的相关研究则更加缺乏，桥梁通用规范^[5]参考国外规范，仅简单规定等效撞击力大小：“车辆行驶方向取 1000kN，垂直于车辆行驶方向取 500kN”，而对撞击力作用时间和区域，撞击能量和冲量以及防护措施等缺乏具体规定。因此，急需针对我国超高车辆撞击桥梁上部结构问题开展相关研究。

为减少超高车辆撞击桥梁上部结构造成的损失，除了采取加强交通管理这类“软手段”，提高桥梁上部结构抗撞能力这类“硬手段”也必不可少，而采取“硬手段”的关键，是对撞击荷载进行计算与设计。

超高车辆-桥梁上部结构碰撞荷载的精确计算十分复杂，计算机技术和有限元方法的发展为此提供了有力工具^[6-7]。本文首先基于精细有限元对碰撞力大小及其影响因素进行了分析。但是精细有限元计算过于复杂，在工程实践中难以大量推广。因此本文又提出超高车辆-桥梁上部结构碰撞的简化模型。基于简化模型计算碰撞力时程，然后将其作用于桥梁上部结构，计算桥梁上部结构的位移响应和损坏情况。分析结果表明，基于精细有限元与简化模型计算的碰撞荷载吻合良好，可据此进一步提出工程设计方法。

1 基于精细有限元的碰撞力分析

1.1 精细有限元模型

1.1.1 超高车辆有限元模型

本文采用文献[6-7]提出的我国标准双轴卡车有限元模型，如图 1 所示，并通过典型事故案例对比^[6-7]，论证了其可靠性。

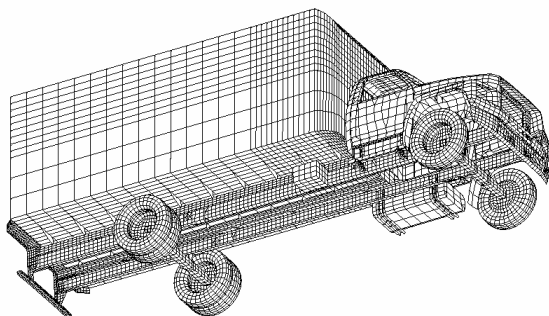


图 1 超高车辆有限元模型

Fig.1 Finite element model of over-high truck

1.1.2 桥梁上部结构有限元模型

根据文献[8]建立单跨典型双车道桥梁上部结

构有限元模型，其跨度为 30m，宽度为 6.4m，由 2 个钢箱梁-混凝土面板组合梁组成，横截面如图 2 所示。钢箱梁内每隔 5m 设一横隔板(端板厚 25mm，其余厚 15mm)，两个钢箱梁间每隔 5m 设一横向联系梁。混凝土面板纵桥向配筋率为 1%，横桥向配筋率为 2%，均为 II 级钢筋。面板混凝土强度等级为 C50，箱梁钢材型号为 Q345。桥梁每端布置 4 个 300×500×64 板式橡胶支座。

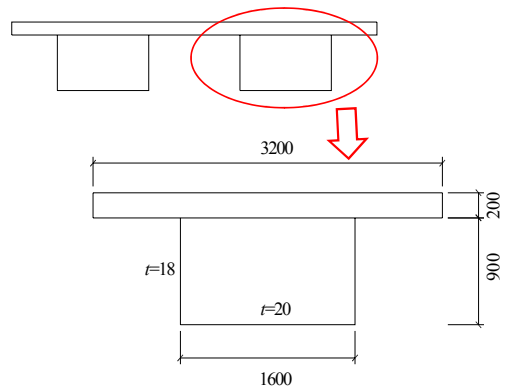


图 2 组合梁横截面 /mm

Fig.2 Cross-section of composite beam

钢筋混凝土面板建模采用分层壳单元^[9-10]，钢箱梁建模采用厚壳单元。文献[11]结合钢筋混凝土梁落锤实验及其有限元模拟，对撞击作用下混凝土本构进行了详细的讨论。参考文献[11]结论，本文混凝土本构受压采用基于 von Mises 屈服准则的弹塑性模型，受拉采用基于最大拉应力准则的弥散裂缝模型。钢材本构采用基于 von Mises 屈服准则的理想弹塑性模型。材料参数如表 1 所示。为正确模拟桥梁上部结构的支承条件，其与承台设为互相接触，根据板式橡胶支座的摩擦性能^[5]，摩擦系数取 0.2。桥梁上部结构有限元模型如图 3 所示，其自重为 138t。

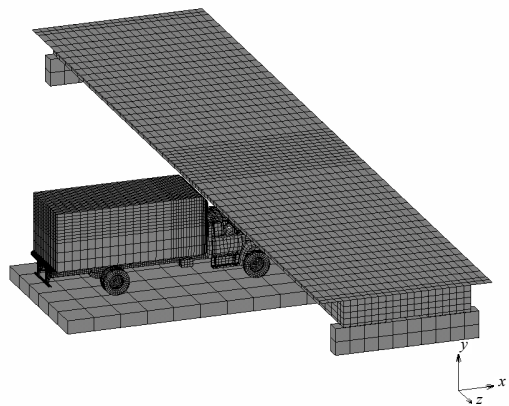


图 3 车-桥碰撞有限元模型

Fig.3 Finite element model of truck-bridge collision

表 1 桥梁上部结构材料参数

Table 1 Parameters of bridge superstructure materials

材料	E/GPa	ν	f_c/MPa	f_t/MPa	f_y/MPa	$\rho/(\text{kg}/\text{m}^3)$
混凝土	34.5	0.2	32.4	2.65		2500
钢筋	200	0.3			335	7850
钢板	200	0.3			345	7850

1.1.3 有限元计算工况

如图 3 所示, 撞击位置在桥梁跨中, 撞击速度为 60km/h. 为验证下文简化模型的合理性, 计算表 2 所示 4 个工况。

表 2 有限元计算工况

Table 2 Load cases of finite element analysis

工况编号	撞击对象	车轮-路面摩擦系数	是否考虑车辆重力
1(基本工况)	桥梁	0	是
2(对比工况)	刚性墙	0	是
3(对比工况)	桥梁	0	否
4(对比工况)	桥梁	0.7	是

1.2 精细有限元计算结果

1.2.1 超高车辆位移和变形

仿真结果表明, 由于桥梁上部结构刚度和强度显著大于超高车辆车厢, 故桥梁上部结构位移和变形相对较小, 而超高车辆的位移和变形相对很大(图4)。超高车辆的位移包括水平方向和竖直方向的刚体平动, 以及绕后车轴的刚体转动; 变形包括弹性变形和车厢前部的塑性变形。

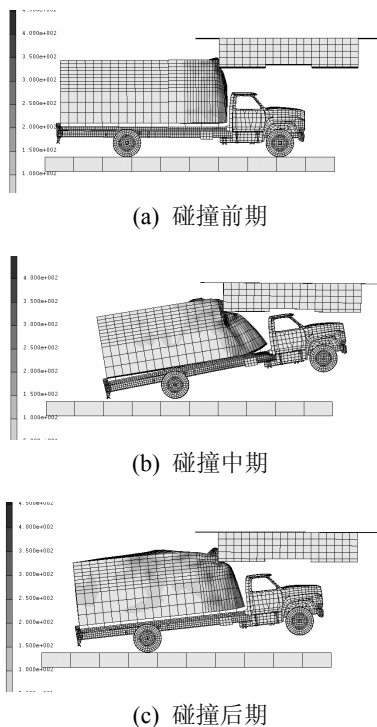


图 4 碰撞过程车辆位移和变形

Fig.4 Truck displacement and deformation in early stage of collision during the collision process

1.2.2 碰撞力时程

基本工况(工况 1)水平方向和竖直方向的碰撞力时程如图 5(a)所示。可见由于碰撞过程超高车辆向上转动, 从而竖向碰撞力和水平碰撞力耦合作用于桥梁上部结构。

基本工况(工况 1)车厢-桥梁上部结构的摩擦系数取 0.1^[12], 其水平方向和竖直方向的法向力和摩擦力对比如图 5(b)、图 5(c)所示。可见, 是否考虑忽略车厢-桥梁摩擦作用, 对本文算例的影响很小。

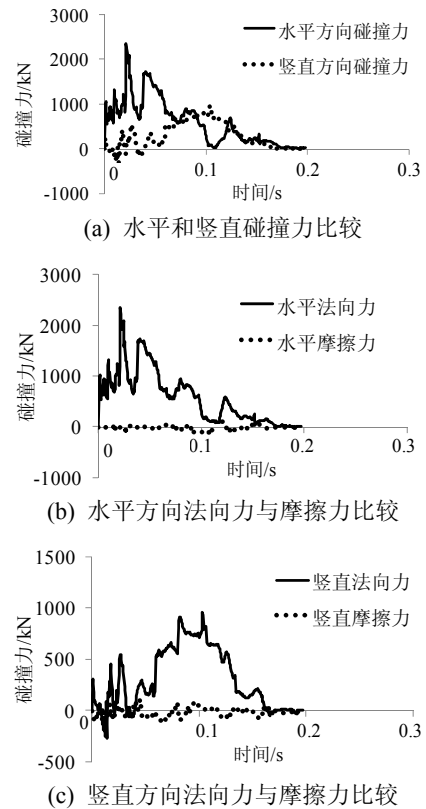
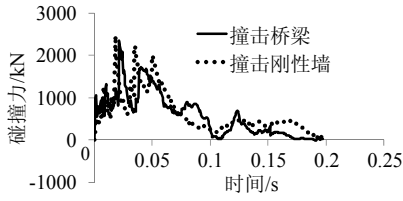


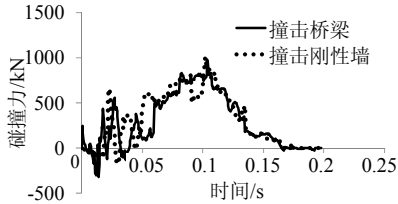
图 5 基本工况碰撞力时程

Fig.5 Impact force history of the basic load case

图 6 表示刚性墙假设对水平碰撞力和竖直碰撞力的影响。可见, 将桥梁上部结构简化成刚性墙, 引起的碰撞力时程差别不大, 这是因为一般桥梁上部结构的刚度和质量都远大于超高车辆的刚度和质量。本文的桥梁为单跨双车道钢-混凝土组合梁桥, 相对而言结构形式比较轻巧。如果是混凝土梁桥则质量和刚度更大, 因此更符合刚性墙假设, 而且一般的城市桥梁跨度多于 1 跨, 宽度多于 2 车道, 从而进一步增强刚性墙假设的合理性。所以, 在计算碰撞荷载时, 刚性墙假设对于立交桥基本合理。对于人行天桥, 由于其质量比立交桥小得多, 刚性墙假设可能使碰撞荷载计算产生较大误差, 将另文讨论。



(a) 水平方向碰撞力

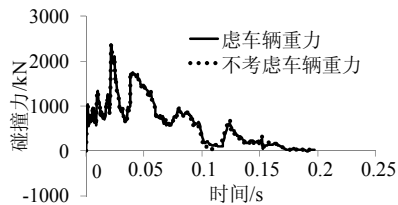


(b) 垂直方向碰撞力

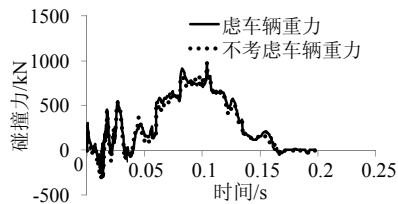
图6 刚性墙假设的影响

Fig.6 Influence of rigid wall assumption

图7表示超高车辆重力对水平碰撞力和竖直碰撞力的影响。可见，是否考虑超高车辆重力，碰撞力时程差别不大。



(a) 水平方向碰撞力

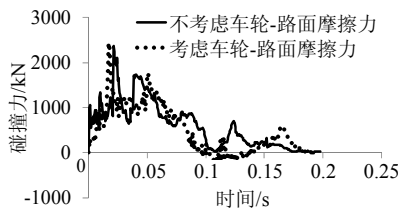


(b) 垂直方向碰撞力

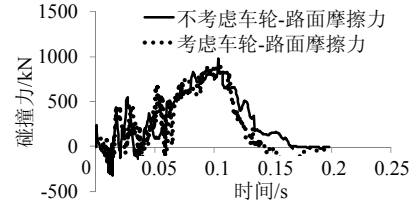
图7 忽略车辆重力的影响

Fig.7 Influence of gravity

图8表示车轮-路面摩擦力对水平碰撞力和竖直碰撞力的影响。其中，工况4车轮-路面摩擦系数取0.7^[13]。可见，不考虑车轮-路面摩擦力，碰撞力峰值变化很小，碰撞冲量有所增大。考虑到实际事故中，驾驶人员未必能有效对车进行制动(曾出现多起驾驶人员当场死亡的案例)，所以为偏于安全，可不考虑车轮-路面摩擦力。



(a) 水平方向碰撞力



(b) 垂直方向碰撞力

图8 忽略车轮-路面摩擦力的影响

Fig.8 Influence of wheel-pavement friction

2 基于简化模型的碰撞力分析

2.1 简化模型概述

根据上文基于精细有限元的工况讨论，可对超高车辆-桥梁上部结构碰撞模型进行如下简化：

- 1) 忽略车厢-桥梁上部结构摩擦力(参见图5)；
- 2) 桥梁上部结构简化成刚性墙(参见图6)；
- 3) 忽略超高车辆重力(参见图7)；
- 4) 忽略车轮-路面摩擦力(参见图8)。

进行上述简化以后，建立超高车辆-桥梁上部结构碰撞的简化模型如图9所示，超高车辆的运动坐标系和受力示意图如图10所示。

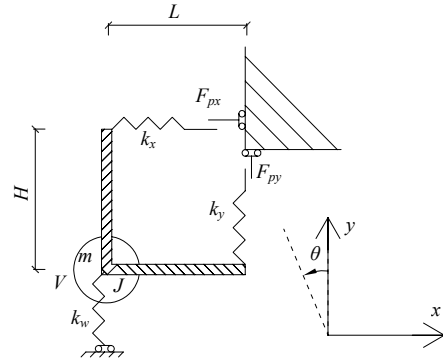


图9 简化模型

Fig.9 Simplified model

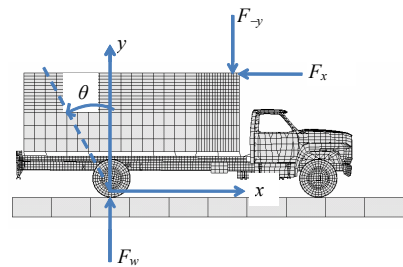


图10 运动坐标系和受力示意图

Fig.10 Coordinate system and loads

精细有限元计算结果表明，超高车辆的位移响应包括水平和竖直方向的刚体平动，以及绕后车轴的刚体转动，所以将超高车辆的质量集中到后轴，并赋予转动惯量和刚臂，如图9所示。运动坐标系

包括3个自由度(x, y, θ), 原点选在后车轴的初始位置, 如图10所示。图9中, H 为碰撞区域到后车轴的竖直距离, L 为碰撞区域到后车轴的水平距离, J 为车辆绕后轴的转动惯量, m 为车辆的质量, V 为车辆的初始速度。

精细有限元计算结果表明, 碰撞区域车厢塑性变形明显, 这是由水平碰撞力 F_x 和竖直碰撞力 F_y 引起(图10)。简化模型用理想弹塑性弹簧对此予以考虑(图9), 其中 k_x 和 k_y 为水平弹簧和竖直弹簧的压缩刚度(拉伸时值为0), F_{px} 和 F_{py} 为水平弹簧和竖直弹簧的屈服力。路面对超高车辆的支持力 F_w (图10)用竖直弹簧模拟, 其刚度 k_w 为车轮的压缩刚度(拉伸时值为0)。

根据图9、图10, 建立计算式(1)一式(4)。式(1)一式(4)中, $x-H\sin\theta$ 为水平弹簧总变形量, dp_x 为水平弹簧累积塑性变形量, $y+L\sin\theta$ 为竖直弹簧总变形量, dp_y 为竖直弹簧累积塑性变形量。

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -F_x(k_x, F_{px}, x-H\sin\theta, dp_x) \\ m\ddot{y} = -F_y(k_y, F_{py}, y+L\sin\theta, dp_y) + F_w(k_w, y) \\ J\ddot{\theta} = F_x(k_x, F_{px}, x-H\sin\theta, dp_x)H\cos\theta - \\ \quad F_y(k_y, F_{py}, y+L\sin\theta, dp_y)L\cos\theta \\ x(0) = 0, y(0) = 0, \theta(0) = 0, \dot{x}(0) = V, \dot{y}(0) = 0, \dot{\theta}(0) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$F_x = \begin{cases} 0, & \text{if } : (x-H\sin\theta - dp_x) < 0 \\ k_x(x-H\sin\theta - dp_x), & \text{if } : 0 \leq (x-H\sin\theta - dp_x) \\ & \leq F_{px}/k_x \\ F_{px}, & \text{if } : (x-H\sin\theta - dp_x) > F_{px}/k_x \end{cases} \quad (2)$$

$$F_y = \begin{cases} 0, & \text{if } : (y+L\sin\theta - dp_y) < 0 \\ k_y(y+L\sin\theta - dp_y), & \text{if } : 0 \leq (y+L\sin\theta - dp_y) \\ & \leq F_{py}/k_y \\ F_{py}, & \text{if } : (y+L\sin\theta - dp_y) > F_{py}/k_y \end{cases} \quad (3)$$

$$F_w = \begin{cases} 0, & \text{if } : y > 0 \\ -k_w y, & \text{if } : y \leq 0 \end{cases} \quad (4)$$

2.2 简化模型参数取值

简化模型参数可分成两类: 一类根据车型及其载货情况容易确定, 包括质量 m 、转动惯量 J 、车轮压缩刚度 k_w 、刚臂长度 H 和 L 、初始速度 V ; 另一类则较难标定, 包括碰撞过程接触区域的压缩刚度 k_x 、 k_y 和屈服力 F_{px} 、 F_{py} 。

本文采用静力压缩数值实验确定 k_x 、 k_y 、 F_{px} 、 F_{py} 的取值, 如图11、图12所示。水平和竖直方向荷载-变形曲线简化如图13所示。虽然在撞击作用下由于动力效应, 车厢变形和静力压缩结果有所差别, 但是差别不大, 而静力压缩无论是试验和计算都比较简单, 故而采用静力压缩方法得到车厢的力-变形关系。另外, k_x 、 k_y 、 F_{px} 、 F_{py} 还和撞击高度, 厢体类型(储液罐、集装箱、翻斗)等密切相关, 本文采用的厢体是集装箱, 撞击区域包含厢体顶部向下250mm范围^[4]。由于影响参数过多, 受篇幅所限, 具体参数讨论将另文介绍, 本文着重说明本计算方法的核心创新点和关键步骤。

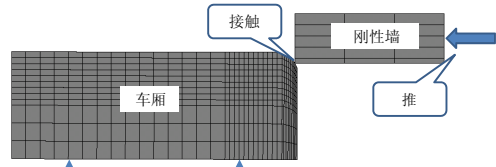


图11 水平压缩数值实验

Fig.11 Numerical experiment of horizontal compression

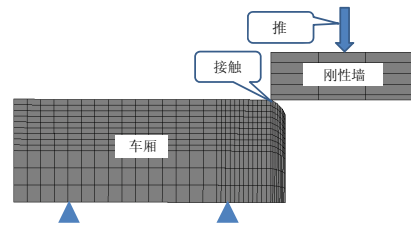
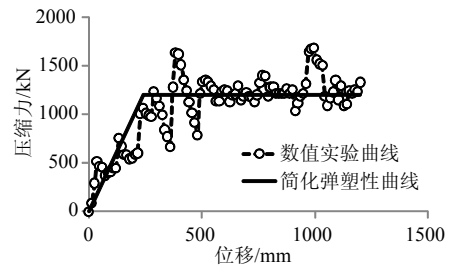
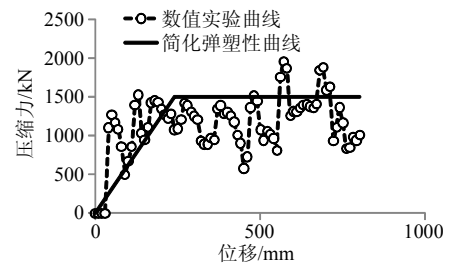


图12 竖直压缩数值实验

Fig.12 Numerical experiment of vertical compression



(a) 水平方向



(b) 竖直方向

图13 弹簧力-变形曲线简化

Fig.13 Simplification of load-deformation curve

最终确定的简化模型参数取值如表 3 所示。

表 3 简化模型参数
Table 3 Parameters of simplified model

m/t	$J/(kN \cdot mm \cdot s^2)$	$k_3/(kN/mm)$	H/m	L/m
7.17	7.64×10^4	3.00	3.25	3.50
$V/(km/h)$	$k_x/(kN/mm)$	$k_y/(kN/mm)$	F_{px}/kN	F_{py}/kN
60	5.00	6.25	1200	1500

2.3 简化模型计算结果验证

2.3.1 碰撞力时程验证

基于精细有限元与简化模型的碰撞力时程对比如图 14、图 15 和表 4 所示。碰撞冲量和碰撞持续时间相对误差最大值为 26.49%，考虑到碰撞问题的复杂性，可以满足工程精度要求且偏于安全。本文建议的简化计算方法具有足够的精度且简便易行，可用于进一步提出设计方法。

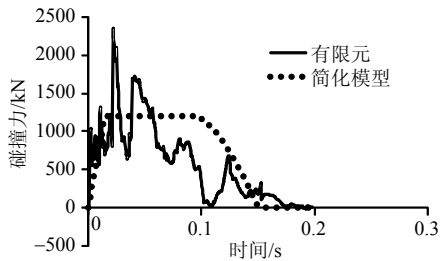


图 14 水平碰撞力时程比较

Fig.14 Comparison of horizontal impact force history

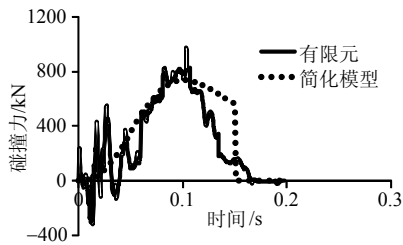


图 15 竖直碰撞力时程比较

Fig.15 Comparison of vertical impact force history

表 4 基本工况碰撞荷载计算结果
Table 4 Impact load of the basic load case

荷载方向	算法	碰撞冲量/(kN·s)	碰撞持续时间/s
水平方向	精细有限元	114.4	0.1895
	简化模型	144.7	0.1512
	相对误差/(%)	26.49	-20.21
竖直方向	精细有限元	56.6	0.1635
	简化模型	70.0	0.1512
	相对误差/(%)	23.67	-7.52

2.3.2 桥梁上部结构位移响应验证

超高车桥碰撞最关心的是桥梁上部结构的位移、变形与损坏情况。事故调查以及仿真研究^[6-7]表明，超高车辆撞击导致的桥梁上部结构位移响应

及其对应的损坏模式主要包括：

1) 水平刚体平动和弯曲变形(图 16)。水平刚体平动过大导致落梁破坏(图 17)，水平弯曲变形导致受拉侧混凝土开裂(图 18)。

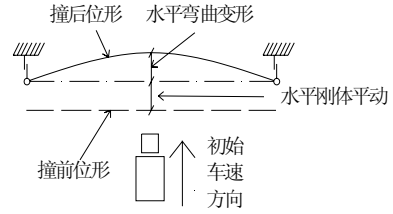


图 16 水平刚体平动和弯曲变形

Fig.16 Horizontal rigid displacement and bending deformation



图 17 人行天桥落梁照片

Fig.17 Photo of girder falling of pedestrian bridge

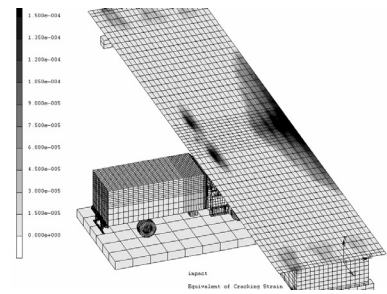


图 18 混凝土面板开裂应变云图

Fig.18 Cracking contour of concrete slab

2) 竖向弯曲变形，如图 19 所示。竖向弯曲变形与桥梁既有荷载有关，如果撞击前桥梁处于反拱状态(预应力作用)，撞击导致竖向弯曲变形增大；如果撞击前桥梁向下弯曲(自重以及行车荷载)，则撞击导致弯曲变形减小或者反向弯曲。

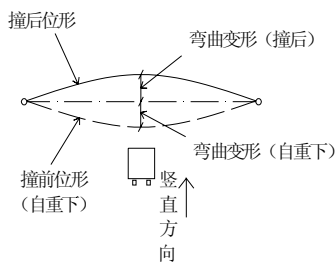


图 19 竖向弯曲变形

Fig.19 Vertical bending deformation

3) 绕纵轴刚体转动，以及各横截面转动不同步

引起的扭转变形,如图 20 所示。扭转变形导致混凝土 T 梁腹板产生斜向裂缝,如图 21 所示。

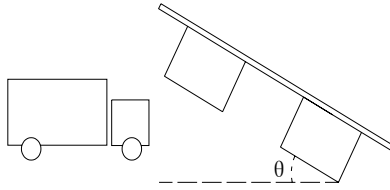


图 20 横截面转动

Fig.20 Rotation of section



图 21 混凝土 T 梁腹板扭转裂缝

Fig.21 Torsion crack of RC T girder

因此,为检验碰撞力时程简化计算方法的合理性,需比较桥梁上部结构水平支座反力(支座设计)和位移响应(对应于抗弯曲、抗扭转设计)的计算结果。将基于简化模型的碰撞力时程作用于桥梁上部结构,其计算的水平支座反力和位移响应与精细化超高车辆-桥梁上部结构碰撞有限元计算结果对比如图 22—图 25 所示。可见基于本文建议的简化模型及其参数取值与基于精细有限元模型的计算结果非常接近,其峰值相对误差都在 17%以内,可为进一步提出工程设计方法提供参考。

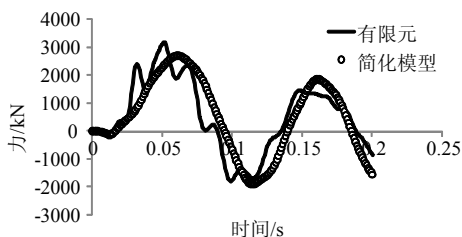


图 22 桥梁支座水平反力计算结果对比

Fig.22 Comparison of horizontal reaction force at support

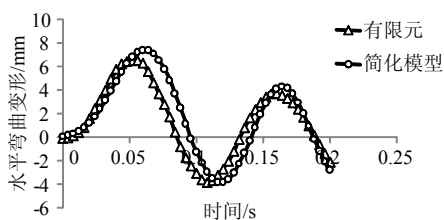


图 23 桥身水平弯曲变形计算结果对比

Fig.23 Comparison of bridge horizontal bending deformation

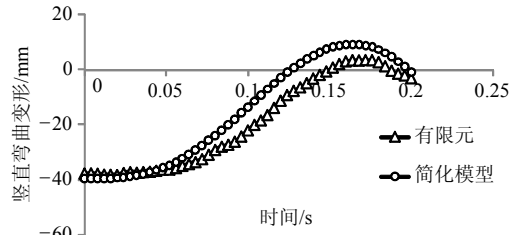


图 24 桥身竖向弯曲变形计算结果对比

Fig.24 Comparison of bridge vertical bending deformation

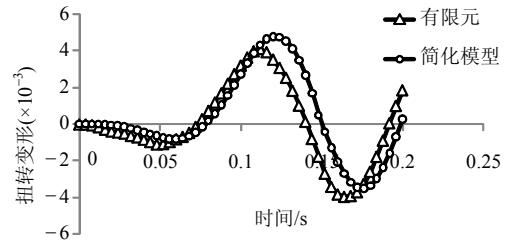


图 25 桥身扭转变形计算结果对比

Fig.25 Comparison of torsion deformation of bridge

3 结论

本文首先基于精细有限元进行碰撞荷载计算,然后提出超高车辆-桥梁上部结构碰撞的简化模型,并基于简化模型进行碰撞荷载计算,最后对两种算法的计算结果进行了对比,得到如下结论:

(1) 精细有限元建模分析方法,为深入研究超高车辆-桥梁上部结构碰撞机理,精确计算碰撞荷载提供了有力工具。

(2) 本文所述超高车辆-桥梁上部结构碰撞简化模型,简化条件合理,具有足够的精度,可供工程设计参考。

参考文献:

- [1] 王军华,叶晓彦. 立交桥试用激光防撞预警系统[N]. 北京晚报, 2007-07-31.
Wang Junhua, Ye Xiaoyan. Application of laser collision avoidance system for crossroads [N]. Beijing Evening, 2007-07-31. (in Chinese)
- [2] Russo F M, Wipf T, Klaiber F W. Diagnostic load tests of a prestressed concrete bridge damaged by overheight vehicle impact [J]. Journal of the Transportation Research Board, 2007, 1696(2000): 103—110.
- [3] Robert E Abendroth, Fouad S Fanous, Bassem O Andrawes. Steel diaphragms in prestressed concrete girder Bridges [R]. Iowa: Final Report of Iowa DOT Project TR-424 CTRE Project 99-36, 2004.
- [4] Eurocode 1, Actions on structures [S]. 2005-05.
- [5] JTG D60-2004, 公路桥涵设计通用规范[S]. 2004.

- JTG D60-2004, General code for design of highway bridges and culverts [S]. 2004. (in Chinese)
- [6] 张炎圣, 陆新征, 宁静, 江见鲸. 超高车辆撞击组合结构桥梁的仿真分析[J]. 交通与计算机, 2007, 25(3): 65—69.
Zhang Yansheng, Lu Xinzheng, Ning Jing, Jiang Jianjing. Computer simulation for the impact between over-high truck and composite viaduct [J]. Computer and Communication, 2007, 25(3): 65—69. (in Chinese)
- [7] 陆新征, 张炎圣, 宁静, 江见鲸, 任爱珠. 超高车辆与立交桥碰撞的高精度非线性有限元仿真[J]. 石家庄铁道学院学报, 2007, 20(1): 29—34.
Lu Xinzheng, Zhang Yansheng, Ning Jing, Jiang Jianjing, Ren Aizhu. Impact simulation for over-high truck and viaduct based on high precision nonlinear finite element analysis [J]. Journal of Shijiazhuang Railway Institute, 2007, 20(1): 29—34. (in Chinese)
- [8] 聂建国, 刘明, 叶列平. 钢-混凝土组合结构[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2005.
Nie Jianguo, Liu Ming, Ye Lieping. Steel-concrete composite structure [M]. Beijing: China Architecture Industry Press, 2005. (in Chinese)
- [9] 叶列平, 陆新征, 马千里, 汪训流, 缪志伟. 混凝土结构抗震非线性分析模型、方法及算例[J]. 工程力学, 2006, 23(增刊 II): 131—140.
Ye Lieping, Lu Xinzheng, Ma Qianli, Wang Xunliu, Miao Zhiwei. Nonlinear analysis models, methods and examples for concrete structures subject to earthquake loading [J]. Engineering Mechanics, 2006, 23(Sup II): 131—140. (in Chinese)
- [10] 林旭川, 陆新征, 缪志伟, 叶列平, 郁银泉, 申林. 基于分层壳单元的 RC 核心筒结构有限元分析和工程应用[J]. 土木工程学报, 2009, 42(3): 49—54.
Lin Xuchuan, Lu Xinzheng, Miao Zhiwei, Ye Lieping, Yu Yinquan, Shen Lin. Finite element analysis and engineering application of RC core-tube structures based on the multi-layer shell elements [J]. China Civil Engineering Journal, 2009, 42(3): 49—54. (in Chinese)
- [11] 张炎圣, 陆新征, 江见鲸. 钢筋混凝土梁落锤实验有限元模拟与分析[C]. 第六届全国土木工程研究生学术论坛论文集. 北京: 清华大学出版社, 2008.
Zhang Yansheng, Lu Xinzheng, Jiang Jianjing. Finite element simulation and analysis for drop-hammer experiment of reinforced concrete beam [C]. Proceedings of the 6th Graduate Student Forum in Civil Engineering. Beijing: Tsinghua University Press, 2008. (in Chinese)
- [12] 赖跃. 重型车辆与半刚性护栏碰撞的有限元分析[D]. 上海: 同济大学, 2006.
Lai Yue. Finite element analysis of impact between heavy vehicle and semi-rigid guardrail [D]. Shanghai: Tongji University, 2006. (in Chinese)
- [13] 魏朗. 车辆碰撞事故解析计算中主要影响因素误差界定[J]. 中国公路学报, 2000, 13(1): 109—113.
Wei Lang. Establishment of error bounds for the main effect factor in car-to-car collision model [J]. China Journal for Highway and Transport, 2000, 13(1): 109—113. (in Chinese)