

# 基岩地震谱与地震动位移输入的土-结构相互作用(SSI)计算模型改进

柳国环<sup>1,2</sup>, 陆新征<sup>1,2</sup>

(1. 清华大学 土木工程系, 北京 100084; 2. 清华大学 土木工程安全与耐久教育部重点实验室, 北京 100084)

**摘要:** 对基岩地震动输入的适用性和 SSI 计算模型的合理性进行研究。首先, 借鉴已有基岩地震谱表达式, 采用数值方法修正高频段过滤函数, 得到适用于我国目标场地的基岩地震谱; 然后, 分析当前位移输入的 SSI 计算模型, 指出所存在的因单元尺寸划分逐步精细而导致的不收敛问题, 推广无质量刚性元(massless rigid element, MRE)法解决这一问题, 并给出 MRE、结构系统和黏弹性人工边界三者间连接示意图; 最后, 基于上述工作和随机振动理论生成基岩地震动位移输入谱, 对一算例进行分析, 结果表明采用 MRE 法解决 SSI 计算模型的可行性。研究工作可为土-结构共同作用相关问题的研究提供参考。

**关键词:** 地震工程; 基岩地震动; 无质量刚性元(MRE)法; 土-结构相互作用

**中图分类号:** P 315.9

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000-6915(2011)05-0884-09

## SPECTRA OF BEDROCK EARTHQUAKE MOTION AND IMPROVEMENT OF SOIL-STRUCTURE INTERACTION(SSI) CALCULATION MODEL FOR SEISMIC DISPLACEMENT INPUTTING

LIU Guohuan<sup>1,2</sup>, LU Xinzhen<sup>1,2</sup>

(1. Department of Civil Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China; 2. Key Laboratory of Civil Engineering Safety and Durability of China Education Ministry, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

**Abstract:** The applicability of spectra of bedrock earthquake motion and rationality of calculation model considering soil-structure interaction(SSI) for structural seismic response analysis are studied. Firstly, in order to obtain the spectra of bedrock earthquake motion in China, not only the expressions of the current spectra of earthquake bedrock motion are compared and the preferred one is selected; but also the high-cut filter function is modified to fit the recorded earthquake motion of target fields in China. Then, the current SSI calculation model for structural seismic response analysis is expounded essentially; and the unnegligible problem inherent in the model is pointed out. To solve the problem, the massless rigid element(MRE) method proposed by the authors to solve the problem inherent in the earthquake ground displacement input model is extended and applied to solve the corresponding problem in the current bedrock displacement input model considering SSI effect. At last, based on the works above, the program for generating bedrock displacement spectrum is coded and a soil-layers model is analyzed. The analysis results can further indicate that the MRE method is quite applicable to the calculation

**收稿日期:** 2010-12-03; **修回日期:** 2011-03-01

**基金项目:** “十一五”国家科技支撑计划课题(2009BAJ28B01); 国家自然科学基金重点项目(90815025); 清华大学青年教师自主选题基础研究项目(2010THZ02-1)

**作者简介:** 柳国环(1980-), 男, 2010年于大连理工大学防灾减灾工程与防护工程专业获博士学位, 现任助理研究员, 主要从事大跨高柔结构动力计算方面的研究工作。E-mail: carecivil@sina.com

model considering SSI effect. The works of this paper can provide necessary reference for the relevant study of SSI effect.

**Key words:** earthquake engineering; bedrock earthquake motion; massless rigid element(MRE)method; soil-structure interaction(SSl)

## 1 引言

地震作用下土-结构相互作用(soil-structure interaction, SSI)问题的研究涉及到如下两方面内容:(1) 基岩地震动输入;(2) 结构地震响应的 SSI 计算模型。前者的适用性与后者的合理性是保障分析结果可靠的必要条件。然而,我国目前的相关研究面临 2 个现实问题:(1) 在我国,公开且有效的基岩地震动记录(包括震级、震源深度、震中距、基岩密度和波速等参数)相对甚少;(2) 由于位移输入模型不仅适用于一致输入而且也适用于多点输入,不仅适用于线性分析而且也适用于非线性分析,但是基于地震动位移输入的 SSI 计算模型存在基底单元内力随着单元划分逐步划分精细而不收敛的问题。本文将围绕这两方面开展工作。

结构地震响应分析,包括频域分析和时域分析。岩松宏等<sup>[1]</sup>采用随机振动理论,研究了频域内深埋隧道的可靠度问题。在基岩地震动输入下,考虑 SSI 的频域计算需要输入基岩地震动的傅立叶谱(简称基岩地震谱)或相应的功率谱;时域计算需要基岩地震动,而基岩地震动可通过基岩地震谱生成。因此,得到适用于我国目标场地的基岩地震谱具有现实意义。基岩地震谱一般通过震源谱、衰减函数和高频滤波函数共同来描述。王国新<sup>[2]</sup>考虑到美国强震记录相对丰富全面,对我国地震工程研究具有很强的借鉴意义,对比研究了 Brune, Atkinson 双拐点和 Masuda 震源谱的特点,结合 3 种典型震源谱的优缺点并通过改进和拟合,给出了具有广泛适用性的 Masuda 震源谱参数值  $a$  和  $b$ ,使其既满足大、小震级要求,又同时符合震源谱曲线的中低频段“下沉”特点。H. Hao 和 B. A. Gaul<sup>[3]</sup>基于西澳地区的基岩地震动记录,结合 Atkinson 双拐点震源谱给出了适用于西澳地区的基岩地震谱。由此容易想到,尽管美国部分地区(例如美国西部)的地质构造与我国相类似,但基于上述 3 种震源谱(Brune, Atkinson 双拐点和 Masuda 震源谱)、衰减函数和高频段滤波函数得到的基岩地震谱与我国岩石场地的地震谱是否吻合?是否适用?有必要作进一步研究。基于这一出发点,本文依据我国的具体基岩地震记录(仅

限于震级、震源深度和震中距参数齐全,且水平和竖向基岩地震动有效合理的记录),在形式上借鉴并优选了基岩地震谱表达形式,在数值上调整了高频过滤函数,得到了可适用于我国目标场地的基岩地震谱,考察了其适用性,为考虑 SSI 作用的结构地震响应计算所需的基岩地震动输入提供参考。

在得到有效基岩地震动的前提下,求解地震响应 SSI 计算模型的合理性则直接关系到计算结果的可靠性。为此,本文论述了当前 SSI 计算模型,指出了其存在的问题,并说明该问题与地震地面运动输入下结构地震响应位移输入模型中问题的本质相同,进而采用笔者提出的 MRE 法,以解决 SSI 计算模型中存在的这一问题。最后,针对一土层算例,采用 MRE 法进行基岩输入下的频域分析,说明 MRE 解决 SSI 计算的可行性。

## 2 典型基岩地震谱及其表达

基岩加速度的功率谱可表示为

$$S(f) = \frac{1}{2\pi T} [A(f)]^2 \quad (1)$$

式中:  $T$ ,  $f$  分别为地震动持时和频率;  $A(f)$  为基岩地震动加速度的傅立叶谱,其表达式<sup>[3-4]</sup>可写为

$$A(f) = C(2\pi f)^2 S(M_0, f) D(R, f) P(f) B(f) \quad (2)$$

其中,

$$C = R_p F V / (4\pi \rho \beta^3) \quad (3)$$

式中:  $C$  为常数;  $S(M_0, f)$ ,  $D(R, f)$  和  $P(f)$  分别为震源谱、谱幅值衰减函数和高频过滤函数,此三参数描述了地震动强度与震源、传播途径和场地条件(简称 SPS 效应)间的关系;  $B(f)$  为与频率相关幅值变化函数,反映了地壳速度差异引起地表不同频率的幅值变化,这里取  $B(f) = 1$ <sup>[4-5]</sup>;  $R_p$ ,  $F$  和  $V$  分别为平均辐射系数、自由表面放大系数和地震能量水平分量系数,取值分别为 0.55, 2.0 和 0.71<sup>[3]</sup>;  $\rho$ ,  $\beta$  分别为震源介质密度和传播波速;  $R$  为震源距。

下面,依次分别对  $S(M_0, f)$ ,  $D(R, f)$  和  $P(f)$  加以简述。

### 2.1 震源谱 $S(M_0, f)$

首先简述 3 种典型震源谱的表达形式。

(1) Brune 谱<sup>[6-7]</sup>的表达式为

$$S(M_0, f) = \frac{M_0}{1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^\gamma} \quad (\gamma = 2) \quad (4)$$

式中:  $M_0$ ,  $f_0$  分别为地震矩和拐点频率, 可表达为

$$\lg M_0 = 1.5(M + a) \quad (5)$$

$$f_0 = 4.9 \times 10^6 \beta \left(\frac{\Delta\sigma}{M_0}\right)^{1/3} \quad (6)$$

式中:  $M$  和  $\Delta\sigma$  分别为震级和应力降,  $\Delta\sigma$  单位为 bar(0.1 MPa)。需要说明: 式(5)中,  $M_0$  以 N·m 和 dyne·cm 为单位时, 对应的  $a$  取值分别为 6.06 和 10.7<sup>[6-7]</sup>。

(2) Atkinson 双拐点谱<sup>[8-9]</sup>的表达式为

$$S(M_0, f) = M_0 \left[ \frac{1 - \varepsilon}{1 + \left(\frac{f}{f_a}\right)^2} + \frac{\varepsilon}{1 + \left(\frac{f}{f_b}\right)^2} \right] \quad (7)$$

式中:  $\varepsilon$ ,  $f_a$  或  $f_b$  分别为相对权重参数和拐点频率, 与震级  $M$  的关系可分别表示为

$$\lg \varepsilon = 0.605 - 0.255M \quad (8)$$

$$\lg f_a = 2.181 - 0.496M \quad (9)$$

$$\lg f_b = 2.41 - 0.408M \quad (10)$$

(3) Masuda 谱<sup>[10]</sup>的表达式为

$$S(M_0, f) = \frac{M_0}{\left[1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^a\right]^b} \quad (11)$$

其中, 参数  $a$  和  $b$  选取岩松宏等<sup>[1]</sup>给出的改进参数:

$$a = 3.05 - 0.33M \quad (12)$$

$$b = \frac{2.0}{a} \quad (13)$$

## 2.2 谱幅值衰减函数 $D(R, f)$

谱幅值衰减函数  $D(R, f)$  描述地震动强度随震源距  $R$  不同的衰减情况, 与几何距离和频率有关, 可表达如下<sup>[3, 9]</sup>:

$$D(R, f) = Ga(R)An(R, f) \quad (14)$$

式中:  $Ga(R)$  为几何衰减因子,  $An(R, f)$  为滞弹衰减因子。

考虑到美国西部地质构造与我国相似<sup>[1]</sup>, 选取

的几何衰减因子  $Ga(R)$  与滞弹衰减因子  $An(R, f)$  可分别表示如下:

$$Ga(R) = \begin{cases} 1/R & (R \leq 1.5D) \\ 1/(1.5D) & (1.5D < R \leq 2.5D) \\ [1/(1.5D)](2.5D/R)^{1/2} & (R > 2.5D) \end{cases} \quad (15)$$

$$An(R, f) = e^{-\pi R/(Q\beta)} \quad (16)$$

式中:  $D$  为地壳厚度, 大陆地壳厚度一般为 33~35 km, 最厚地区为 50~70 km。依据黄少鹏<sup>[11]</sup>的研究, 我国大陆地区地壳平均厚度(全国范围)为 38.4 km, 最小厚度为 28 km;  $Q = 150f^{0.5}$ <sup>[11]</sup>。

## 2.3 高频段过滤函数 $P(f)$ <sup>[3, 8]</sup>

$P(f)$  可以描述地震动高频成分的衰减, 可表示为

$$P(f) = [1 + (f/f_{\max})^8]^{-1/2} \quad (f_{\max} = 50 \text{ Hz}) \quad (17)$$

## 2.4 地震动竖向分量与水平分量关系<sup>[3, 8]</sup>

地震动竖向分量与水平分量的关系为

$$\lg(H/V) = 0.0519 + 0.117 \lg f \quad (18)$$

式中:  $H$ ,  $V$  分别表示地震动水平向和竖向的谱幅值。

# 3 已有基岩地震谱和我国实测基岩地震动比较

基岩场地的地震动相关参数见表 1, 其中测站甘肃肃南和迁安滦河桥记录的基岩地震动傅立叶谱与前述 3 种典型震源谱得到的基岩地震谱的对比见图 1, 2。由图可知, 量值上均存在明显差异, 相比之下, 从幅值角度而言, 我国实测基岩地震谱与由 Atkinson 震源谱得到的基岩地震谱的幅值更为接近。鉴于此, 本文采用 Atkinson 震源谱的表达形式, 并进一步与衰减函数和下文将调整的高频段过滤函数共同来描述我国目标基岩场地地震谱的表达式。根

表 1 基岩场地的地震动相关参数

Table 1 Parameters of bedrock ground motions

场地编号	震中	台站	震级 $M$	震源深度 $d/\text{km}$	震中距 $e/\text{km}$	震源距 $R/\text{m}$
1	河北迁安	唐山水泥厂	5.7	14	64.0	65.51
2	甘肃嘉峪	甘肃肃南	5.0	20	112.8	114.56
3	新疆乌恰	新疆康苏	4.5	12	93.6	94.36
4	河北唐山	迁安滦河桥	4.0	10	14.0	17.20

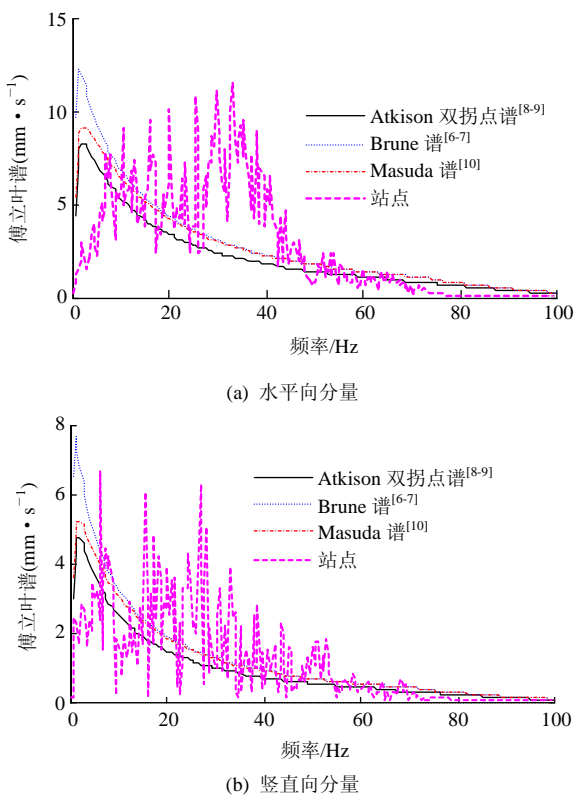


图1 迁安滦河基岩地震动傅立叶谱与3种典型地震谱对比

Fig.1 Comparison between the recorded Fourier spectra at Qianan Luanhe bridge and three classic spectra of bedrock earthquake motion

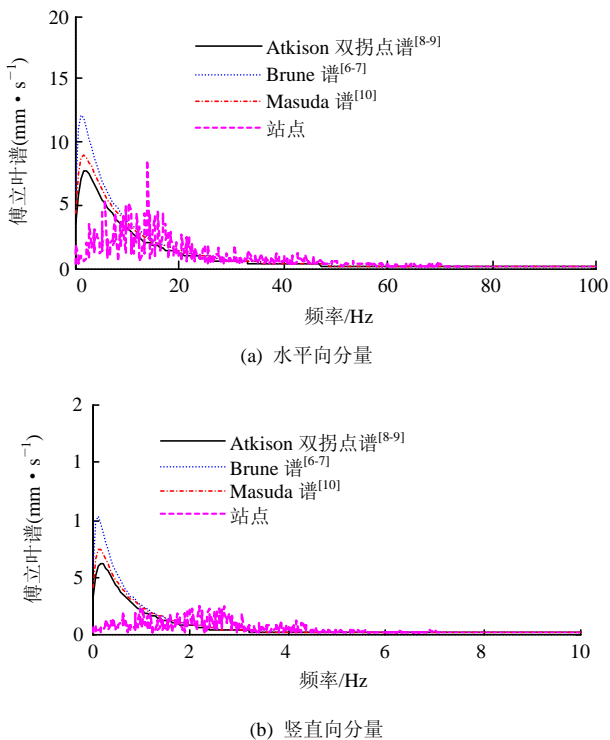


图2 甘肃肃南基岩地震动傅立叶谱与3种典型地震谱对比

Fig.2 Comparison between the recorded Fourier spectra at Sunan in Gansu province, China and three classic spectra of bedrock earthquake motion

据岩松宏等<sup>[1]</sup>, 本文 $\Delta\sigma = 100 \text{ bar} (10 \text{ MPa})$ , 震源波速 $\beta$ 和基岩密度 $\rho$ 分别取  $2800 \text{ m/s}$  和  $3900 \text{ kg/m}^3$ 。

#### 4 高频段过滤函数的修正与检验

通过上文对比分析可知, 尽管基于 Atkinson 双拐点震源谱得到的基岩地震谱的幅值相对更接近我国实测地震动傅立叶谱, 但仍不能直接用来预测我国目标场地的基岩地震谱。基于上述对比结果并参考 H. Hao 和 B. A. Gaul<sup>[3]</sup>, 本节通过数学处理, 通过幅值和自变量  $f$  平移对高频段过滤函数  $P(f)$  进行调整, 以得到可直接预测我国目标场地的基岩地震谱。

修正的高频段过滤函数如下:

$$\bar{P}(f) = \begin{cases} \frac{3}{10} \{1 + [(f - 35) / f_{\max}]^8\}^{-1/2} & (R \leq 2D) \\ f_{\max} = 22 \text{ Hz} & \\ \frac{1}{800} \{fR / [1 + (f - 35) / f_{\max}]^6\}^{1/2} & \\ f_{\max} = 20 \text{ Hz} & (R > 2D) \end{cases} \quad (19)$$

修正地震动竖向分量与水平分量的关系为

$$\frac{V}{H} = \frac{\alpha}{10^{(0.0519 + 0.117 \lg f)}} \quad (\alpha = 0.7) \quad (20)$$

如图 3, 4 所示, 采用  $\bar{P}(f)$  得到的基岩地震谱

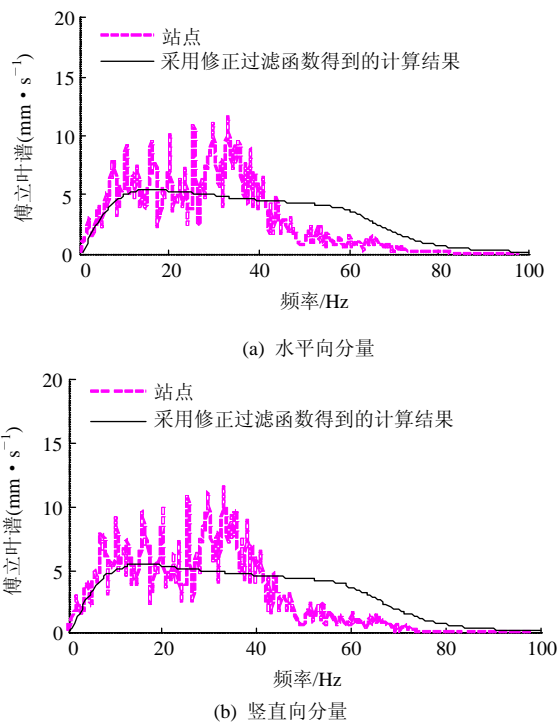
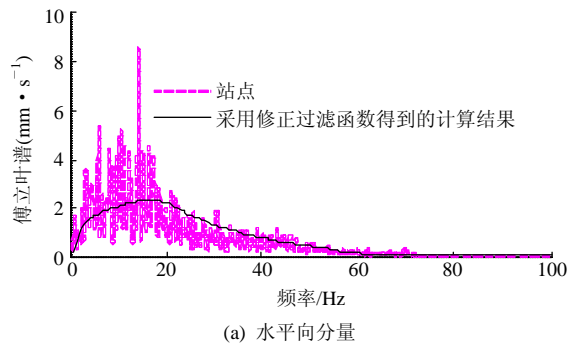
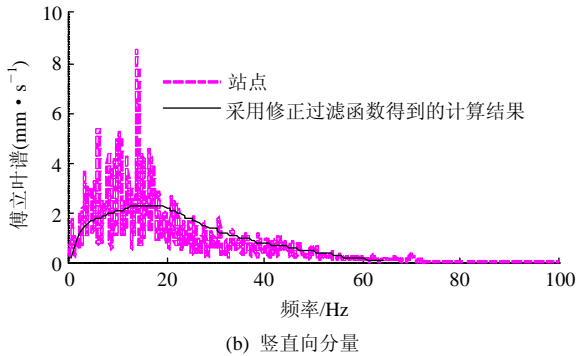


图3 迁安滦河桥基岩地震动与修正基岩谱模型对比

Fig.3 Comparison between the recorded Fourier spectra and modified spectra of bedrock earthquake motion at Qianan Luanhe bridge

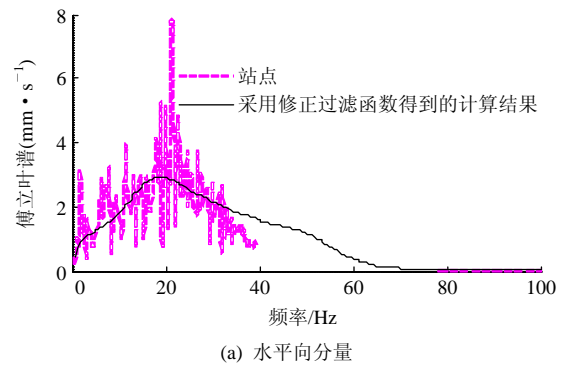


(a) 水平向分量

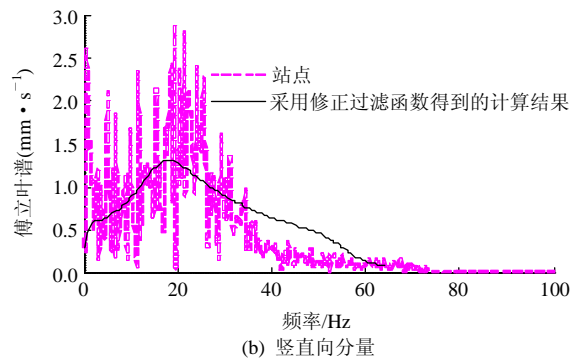


(b) 竖直向分量

图4 甘肃肃南基岩基岩地震动与修正基岩谱模型对比  
Fig.4 Comparison between the recorded Fourier spectra and modified spectra of bedrock earthquake motion at Sunan in Gansu Province, China



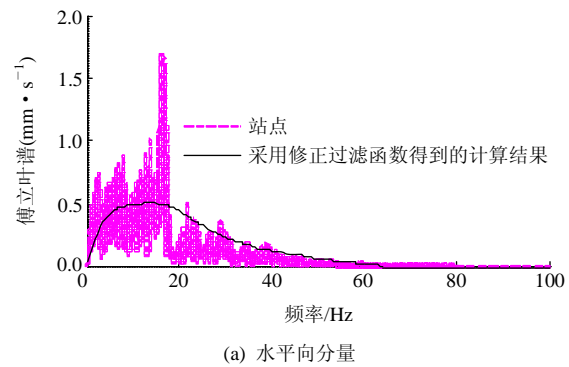
(a) 水平向分量



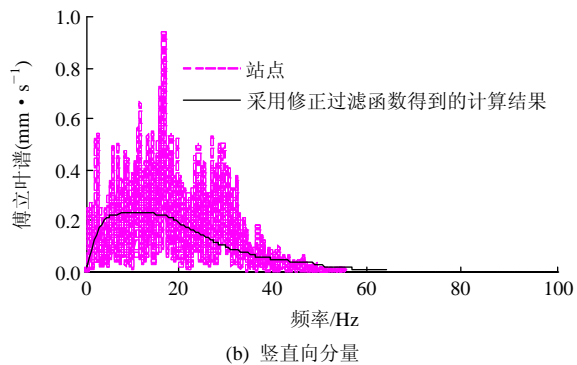
(b) 竖直向分量

图6 唐山水泥厂基岩地震动与修正基岩谱模型对比图  
Fig.6 Comparison between the recorded Fourier spectra and modified spectra of bedrock earthquake motion at Tangshan cement factory

与上述迁安滦河桥和甘肃肃南的基岩地震动傅立叶谱吻合度令人满意；同时，图5，6给出了采用 $\bar{P}(f)$



(a) 水平向分量



(b) 竖直向分量

图5 新疆康苏基岩地震动与修正基岩谱模型对比  
Fig.5 Comparison between the recorded Fourier spectra and modified spectra of bedrock earthquake motion at Kangsu in Xinjiang Autonomous Region, China

得到的基岩地震谱与其他两测站(表1所示的新疆康苏与唐山水泥厂)的对比图，可进一步考察高频段修正函数的适用性。

### 5 推广 MRE 法解决当前 SSI 计算模型中的问题

上文仅涉及基岩地震动输入的问题。本节将围绕 SSI 计算模型及其合理性进一步论述，旨在能够得到更为合理的结构地震响应。

#### 5.1 考虑 SSI 作用的位移输入计算模型本质分析

土 - 结构组成的结构体系在理论上属于无限域介质系统，但采用有限元等数值方法分析 SSI 问题时，现实可行的方法需要从无限域系统中取出有限域作为分析对象。有限域的土 - 结构系统如图7所示。离散单元化的土 - 结构集中质量系统在地震作用下的运动方程可表达为

$$\begin{bmatrix} C_{ss} & C_{sc} & 0 & 0 \\ C_{cs} & C_{cc} & C_{cf} & 0 \\ 0 & C_{fc} & C_{ff} & C_{fb} \\ 0 & 0 & C_{bf} & C_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{X}_s \\ \mathbf{X}_c \\ \mathbf{X}_f \\ \mathbf{X}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{ss} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{cc} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{ff} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{X}_s \\ \mathbf{X}_c \\ \mathbf{X}_f \\ \mathbf{X}_b \end{Bmatrix} = \mathbf{F}$$

$$\begin{bmatrix} K_{ss} & K_{sc} & 0 & 0 \\ K_{cs} & K_{cc} & K_{cf} & 0 \\ 0 & K_{fc} & K_{ff} & K_{fb} \\ 0 & 0 & K_{bf} & K_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_s \\ X_c \\ X_f \\ X_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ R_b \end{Bmatrix} \quad (21)$$

式中： $M$ ， $C$  和  $K$  分别为质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵； $X$ ， $\dot{X}$  和  $\ddot{X}$  分别为绝对坐标系下的位移、速度和加速度反应列向量；下标  $ss$ ， $ff$  和  $bb$  分别表示结构(包括基础构件)内部节点、土层内部节点和土层边界节点，下标  $cc$  表示结构基础和土层的公共节点，下标  $sc(cs)$ ， $cf(fc)$  和  $fb(bf)$  表示相应两者间的耦合； $R_b$  为作用在土层边界节点的作用力； $X_b$ ， $\dot{X}_b$  和  $\ddot{X}_b$  分别为土层边界节点位置已知的地震动向量，可通过上文的基岩谱、过滤土层的相应参数并根据随机振动理论而得到。

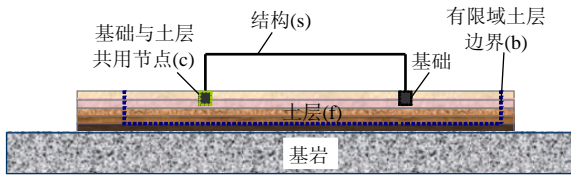


图 7 土 - 结构系统示意图  
Fig.7 Sketch of soil-structure system

为有助于下文对式(21)进行论述，作如下变换：

$$\left. \begin{aligned} M^0 &= \begin{bmatrix} M_{ss} & 0 & 0 \\ 0 & M_{cc} & 0 \\ 0 & 0 & M_{ff} \end{bmatrix}, & C^0 &= \begin{bmatrix} C_{ss} & C_{sc} & 0 \\ C_{cs} & C_{cc} & C_{cf} \\ 0 & C_{fc} & C_{ff} \end{bmatrix} \\ R^0 &= \begin{bmatrix} K_{ss} & K_{sc} & 0 \\ K_{cs} & K_{cc} & K_{cf} \\ 0 & K_{fc} & K_{ff} \end{bmatrix}, & X^0 &= \begin{Bmatrix} X_s \\ X_c \\ X_f \end{Bmatrix} \\ \hat{C} &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ C_{fb} \end{Bmatrix}, & \hat{K} &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ K_{fb} \end{Bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

将式(22)代入式(21)中并作相应替换，可得

$$\begin{bmatrix} M^0 & 0 \\ 0 & M_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{X}^0 \\ \ddot{X}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C^0 & \hat{C} \\ \hat{C}^T & C_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{X}^0 \\ \dot{X}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} R^0 & \hat{K} \\ \hat{K}^T & K_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X^0 \\ X_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ R_b \end{Bmatrix} \quad (23)$$

考察式(23)，并通过整理可得到

$$M \ddot{X} + C \dot{X} + K X = -\hat{C} \ddot{X}_b - \hat{K} X_b \quad (24)$$

耦合元素  $C_b$  通常难以确定，而右端阻尼力项通常被忽略<sup>[12]</sup>，由此可进一步得

$$M \ddot{X} + C \dot{X} + K X = -\hat{K} X_b \quad (25)$$

$$\left. \begin{aligned} C^0 &= \begin{bmatrix} C_{ss} & C_{sc} & 0 \\ C_{cs} & C_{cc} & C_{cf} \\ 0 & C_{fc} & C_{ff} \end{bmatrix} = C_{cd}^0 + C_{md}^0 \\ C_{ff} &= C_{ff}^{cd} + C_{ff}^{md} \\ C_{cd}^0 &= \begin{bmatrix} C_{ss} & C_{sc} & 0 \\ C_{cs} & C_{cc} & C_{cf} \\ 0 & C_{fc} & C_{ff}^{cd} \end{bmatrix} = \eta M^0 + \zeta R^0 \\ C_{md}^0 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{ff}^{md} \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

式中： $C_{cd}^0$ ， $C_{md}^0$  分别为土 - 结构系统的经典瑞利阻尼和材料阻尼，考虑到土层材料阻尼相对较大，方程中考虑了土层材料阻尼的贡献， $C_{ff}^{cd}$ ， $C_{ff}^{md}$  分别为土层经典阻尼和材料阻尼的贡献； $\eta$ ， $\zeta$  分别为土 - 结构系统的质量和刚度比例系数。

联合式(22)，将式(25)展开可得

$$\begin{bmatrix} M_{ss} & 0 & 0 \\ 0 & M_{cc} & 0 \\ 0 & 0 & M_{ff} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{X}_s \\ \ddot{X}_c \\ \ddot{X}_f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{ss} & C_{sc} & 0 \\ C_{cs} & C_{cc} & C_{cf} \\ 0 & C_{fc} & C_{ff} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{X}_s \\ \dot{X}_c \\ \dot{X}_f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ss} & K_{sc} & 0 \\ K_{cs} & K_{cc} & K_{cf} \\ 0 & K_{fc} & K_{ff} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_s \\ X_c \\ X_f \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ K_{fb} X_b \end{Bmatrix} \quad (27)$$

由式(27)可以看出：已知土层边界各节点位置的地震动位移输入  $X_b$ ，可直接求解土 - 结构体系的在绝对坐标系下的地震响应，式(27)即为求解结构地震响应的地震动位移输入的 SSI 计算模型。

令  $X_b = P e^{i\omega t}$ ，则  $\ddot{X}^0 = Q e^{i\omega t}$ ， $\dot{X}^0 = i\omega Q e^{i\omega t}$ ， $X^0 = -\omega^2 Q e^{i\omega t}$ ，这时将其代入式(25)可得到

$$-\omega^2 M Q + i\omega C Q + K Q = -\hat{K} P \quad (28)$$

$$Am(f) = \left| \frac{Q}{P} \right| = \left| \frac{\hat{K}}{[-(2\pi f)^2 M^0 + i(2\pi f) C^0 + R^0]} \right| \quad (29)$$

式中： $Am(f)$  为系统输出与输入在不同频率点的幅值比。

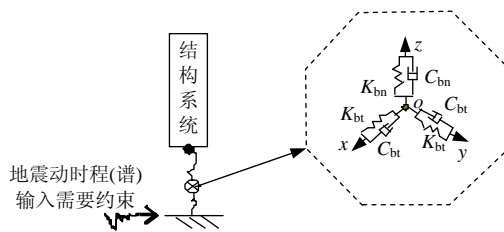
不难看出：式(27)理论表达式的本质与不考虑

SSI 共同作用求解地震地面运动作用下结构地震响应的位移输入模型<sup>[13-16]</sup>实质相同。事实上，这一点更容易从式(25)的表达形式看出。从物理角度分析：可以将结构、基础和土层视为广义结构体系，而土层边界视为“地面”，而不同的是：地震动本身的输入、结构体系以及边界条件发生了相应变化。因此，柳国环等<sup>[14-16]</sup>进一步强调，在地震地面运动下求解结构地震响应的位移输入模型中存在的基底单元内力随着单元划分逐步精细而不收敛的不容忽视性<sup>[14-16]</sup>，在式(25)和(27)中同样存在且不容忽视，相应的结构系统频域表达式(28)中也必然存在相应问题。

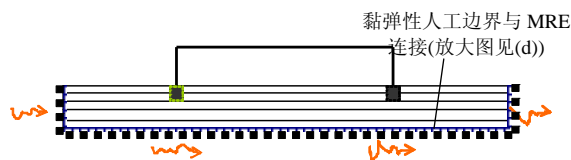
### 5.2 推广 MRE 法解决考虑 SSI 作用的位移输入计算模型存在的问题

结构地震响应分析结果的准确性直接依赖于计算模型的合理性。针对地震地面运动作用下结构地震响应的计算模型，柳国环等<sup>[14-16]</sup>进行了详尽分析与论述：柳国环等<sup>[14]</sup>首先回顾并详细论述了求解结构地震响应的一致加速度模型和位移输入模型的区别；然后明确强调了位移输入模型中的不容忽视的因单元细分而导致不收敛的不容忽视性，并提出了附加无质量束缚元(applended massless constraint element, AMCE)法，通过算例给予了理论验证和物理解释<sup>[15]</sup>。AMCE 法尽管理论严格，但应用于实际大型工程则有一定困难；鉴于此，基于 AMCE 法又提出了便于直接实际工程应用的实用方法——无质量刚性元(MRE)法<sup>[16]</sup>，该方法不仅可以直接通过有限元软件实现，还具有足够的计算精度。

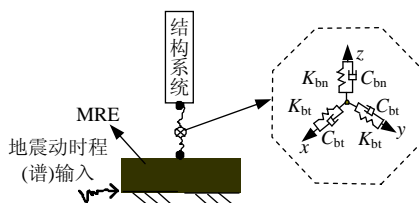
如节 4.1 所述，地震动位移输入 SSI 计算模型与地震地面运动作用下位移输入计算模型的实质相同。因此，本节将 MRE 法直接推广，以解决地震动位移输入 SSI 计算模型中存在的问题。土 - 结构系统物理模型及其边界设置如图 8 所示，为了不仅能够有效模拟有限域外无限域介质对散射波的能量吸收，还能模拟体现其弹性性能，本文采用了黏弹性人工边界<sup>[17-18]</sup>。应该说明，人工边界与 MRE 连接时，可以很容易的通过对两点式空间弹簧赋予各方向相应的弹簧和阻尼参数来实现。



(b) 采用刘晶波等<sup>[17]</sup>的黏弹性人工边界示意图



(c) MRE 法建立的 SSI 物理模型示意图



(d) MRE 与土 - 结构体系连接示意图

黏弹性人工边界 ■ MRE  
地震动 ● 刚性连接 ▽ 固接

图 8 土 - 结构系统物理模型及其边界设置示意图

Fig.8 Sketches of physical model of soil-structure system and boundary condition

## 6 基于 MRE 建立土层模型的频域分析

上文说明了 MRE 法可直接应用到 SSI 计算，图 9, 10 为一土层算例，地基各土层厚度及其材料属性见表 2。地震震级为 7 级，震源深度与震中距分别为 10 和 20 km。这里只考察 MRE 刚度是否足够以及土层的放大效应，而不再对 MRE 方法的准确度进行重复性验证。

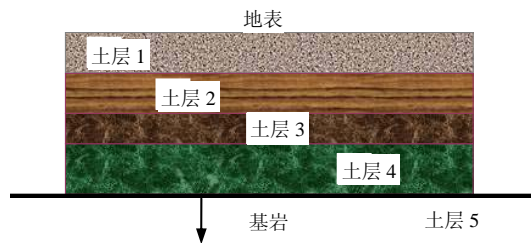
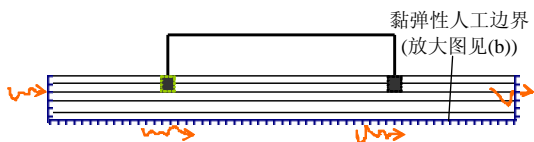


图 9 土层示意图

Fig.9 Sketch of soil layers



(a) 当前 SSI 物理模型示意图

图 11 为基岩地震动谱。MRE 的节点 A 和 B 的位移谱对比如图 12 所示，两者基本重合，可看出 MRE 刚度足够，从而可说明输入到土层(包括黏弹

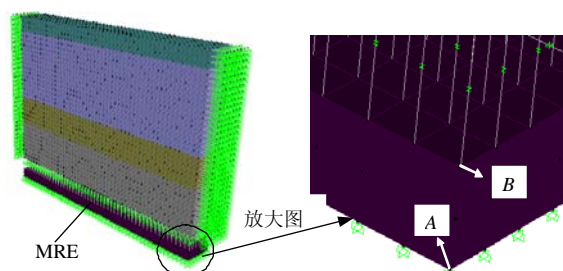


图 10 基于 MRE 法建立土层示意图

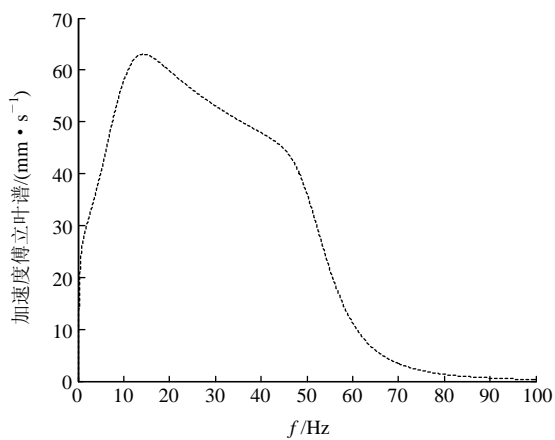
Fig.10 Sketch of soil layers based on MRE method

表 2 地基各土层厚度及其材料属性

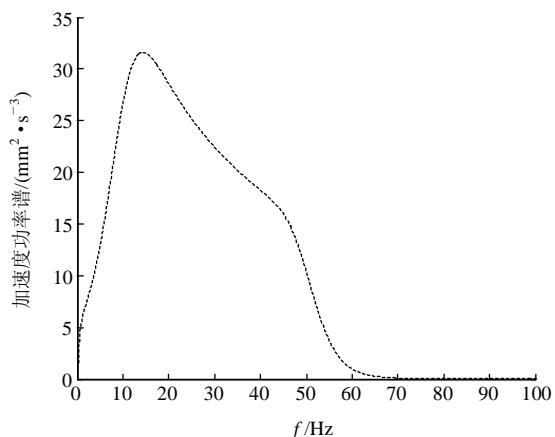
Table 2 Thickness and material attributes of soil layers

序号	名称	土层厚度 /m	剪切模量 $G$ /MPa	密度 $\rho$ /( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ )	波速 /( $\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$ )	泊松比 $\nu$
1	砂土	3	22	2 000	200	0.4
2	软土	15	25	1 800	250	0.4
3	黏土	6	28	2 100	300	0.4
4	硬土	9	30	1 700	800	0.4
5	岩石	-	$20 \times 10^3$	2 700	3 900	0.3

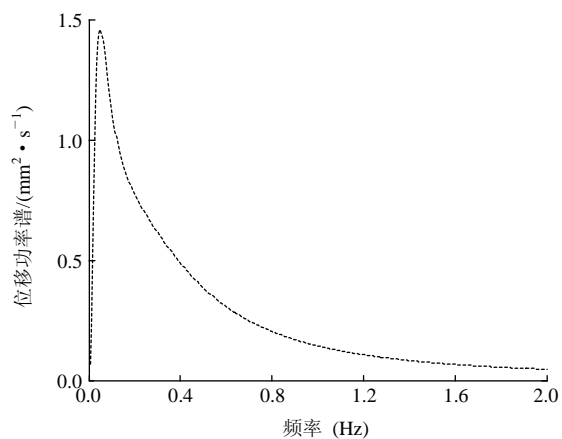
性人工边界)的地震动不发生改变。地表位移谱与输入谱的比值如图 13 所示, 由图可见地震动通过土层过滤后的幅值放大效应。



(a) 水平向加速度傅立叶谱



(b) 水平向加速度功率谱



(c) 水平向位移功率谱

图 11 基岩地震动谱

Fig.11 Spectra of bedrock earthquake motion

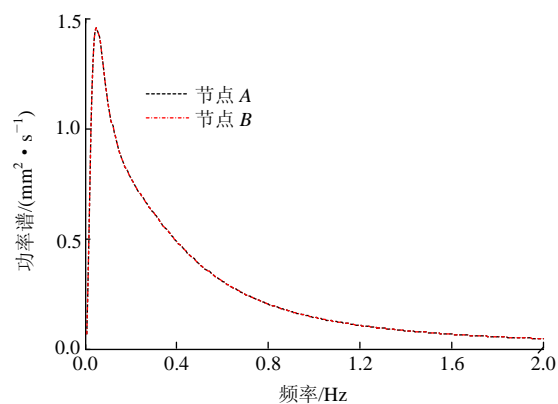


图 12 MRE 的节点 A 与 B 水平向位移功率谱对比

Fig.12 PSD comparison between joints A and B of MRE

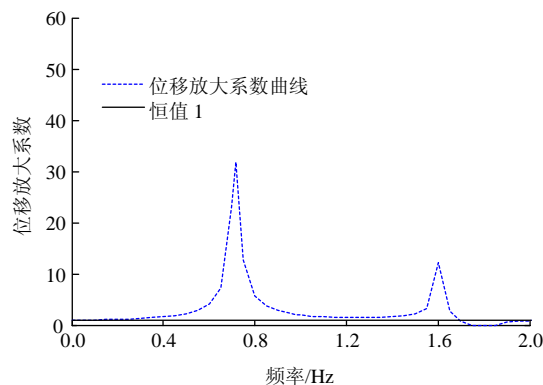


图 13 地表与基岩地震动位移谱的幅值比

Fig.13 Displacement amplitude spectrum ratio of surface vs. bedrock motion

## 7 结 论

地震作用下 SSI 问题的研究涉及到 2 个问题: 基岩地震动输入和求解地震响应的 SSI 计算模型。本文围绕地震动输入的有效性与 SSI 计算模型的合理性得到了以下结论:



(1) 借鉴基岩地震谱表达式, 修正高频段过滤函数, 得到可用于我国目标场地的基岩地震谱;

(2) 论述当前 SSI 计算模型实质, 明晰其与地震地面运动位移输入下模型本质的一致性, 进而明确指出其存在的因单元尺寸加密而导致的不收敛问题, 从而将笔者提出的 MRE 方法推广以解决这一问题。

(3) 本文的工作可为土-结构共同作用相关问题研究提供参考。随着我国基岩地震动的公开、有效且参数齐全资料增多, 可进一步完善本文提出的模型。

### 参考文献(References):

- [1] 岩松宏. 地下结构随机地震响应分析及其动力可靠度研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(2): 355.(YAN Songbo. Dynamic analysis of longitudinal seismic reliability of underground structures[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(2): 355.(in Chinese))
- [2] 王国新. 强震地震动衰减研究[博士学位论文][D]. 哈尔滨: 中国地震局工程力学研究所, 2001.(WANG Guoxin. A study on strong ground motion attenuation[Ph. D. Thesis][D]. Harbin: Institute of Engineering Mechanics of China Seismological Bureau, 2001.(in Chinese))
- [3] HAO H, GAULL B A. Prediction of seismic ground motion in Perth Western Australia for engineering application[C]// Proceedings of the 13th World Conference on Earthquake Engineering. Vancouver, Canada: [s.n.], 2004: 1892.
- [4] HANKS T, KANAMORI H. A moment magnitude scale[J]. Journal of Geophysical Research, 1979, 84(B5): 2 348 - 2 350.
- [5] HANKS T, MCGUIRE R. The character of high-frequency strong ground motion[J]. Bulletin of Seismological Society of America, 1981, 71(6): 2 071 - 2 095.
- [6] BRUNE J N. Tectonic stress and the spectra of seismic shear waves from earthquakes[J]. Journal of Geophysical Research, 1970, 75(26): 4 997 - 5 009.
- [7] BRUNE J N. Correction[J], Journal of Geophysical Research, 1971, 76(20): 5002.
- [8] ATKINSON G M. Earthquake source spectra in eastern North America[J]. Bulletin of Seismological Society of America, 1993, 83(6): 1 778 - 1 798.
- [9] ATKINSON G M, BOORE D M. Ground-motion relations for eastern North America[J]. Bulletin of Seismological Society of America, 1995, 85(1): 17 - 30.
- [10] MASUDA T. Scaling relations for source parameters of microearthquakes in the northeastern part of Japan[Ph. D. Thesis][D]. Senda city, Japan: Tohoku University, 1982.
- [11] 黄少鹏. 我国大陆地区大地热流与地壳厚度的变化[J]. 地球物理学报, 1992, 35(4): 441 - 450.(HUANG Shaopeng. Variations of heat flow and crustal thickness in the continental area of China[J]. Chinese Journal of Geophysics, 1992, 35(4): 441 - 450.(in Chinese))
- [12] WILSON E L. Static and dynamic analysis of structures: a physical approach with emphasis on earthquake engineering[M]. Berkeley, California: Computers and Structures, Inc., 2004: 319
- [13] 田玉基, 杨庆山. 地震地面运动作用下结构反应的分析模型[J]. 工程力学, 2005, 22(6): 170 - 174.(TIAN Yuji, YANG Qingshan. Analysis models and methods for structural seismic responses[J]. Engineering Mechanics, 2005, 22(6): 170 - 174.(in Chinese))
- [14] 柳国环, 李宏男, 林海. 结构地震响应计算模型的比较与分析[J]. 工程力学, 2009, 26(2): 10 - 15.(LIU Guohuan, LI Hongnan, LIN Hai. Model comparison and analysis for structural seismic responses[J]. Engineering Mechanics, 2009, 26(2): 10 - 15.(in Chinese))
- [15] 柳国环, 李宏男, 国巍. 求解结构地震响应位移输入模型存在的问题及其 AMCE 实效对策[J]. 计算力学学报, 2009, 26(6): 862 - 869. (LIU Guohuan, LI Hongnan, GUO Wei. Existing problem of displacement input model for calculating structural responses under earthquake ground motion and its an actual effective solution method called AMCE[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2009, 26(6): 862 - 869.(in Chinese))
- [16] 柳国环, 李宏男, 国巍, 等. 求解结构地震响应位移输入模型中存在问题的一种新解决方法[J]. 工程力学, 2010, 27(9): 55 - 62.(LIU Guohuan, LI Hongnan, GUO Wei, et al. A new method for solving existing problem of current displacement input model for calculating structural seismic responses[J]. Engineering Mechanics, 2010, 27(9): 55 - 62.(in Chinese))
- [17] 刘晶波, 王振宇, 杜修力, 等. 波动问题中的三维时域黏弹性人工边界[J]. 工程力学, 2005, 22(6): 46 - 51.(LIU Jingbo, WANG Zhenyu, DU Xiuli, et al. Three-dimensional viscous-spring artificial boundaries in time domain for wave motion problems[J]. Engineering Mechanics, 2005, 22(6): 46 - 51.(in Chinese))
- [18] 刘晶波, 谷音, 杜义欣. 一致黏弹性人工边界及黏弹性边界单元[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(9): 1 070 - 1 075.(LIU Jingbo, GU Yin, DU Yixin. Consistent viscous-spring artificial boundary and viscous-spring boundary element[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, 28(9): 1 070 - 1 075.(in Chinese))